3°/ a) On a : $S_2 \circ S_1(I) = J$ et $S_2 \circ S_1(B) = K$ donc $IB = JK$ (car une rotation conserve les distances) et $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{JK}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ d'où $(IB) \perp (JK)$.

4°/ a) on a : $S_1(I) = A$ et $S_1(C) = C \Rightarrow z_C - z_A = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}(z_C - z_I)$ or

$z_C = c$ et $z_A = 0 \Rightarrow c = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}(c - z_I) \Rightarrow z_I = \frac{c(-1+\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}})}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}$

d'où $z_I = \frac{c}{2}(1+i)$

on a : $S_2(A) = J$ et $S_2(B) = B \Rightarrow z_J - z_B = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}(z_A - z_B)$

or $z_B = b$ et $z_A = 0 \Rightarrow z_J = b(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}})$ d'où $z_J = \frac{b}{2}(1-i)$

on a : $S_2 \circ S_1(I) = J$ et $S_2 \circ S_1(B) = K \Rightarrow z_K - z_J = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_I)$

$\Rightarrow z_K = \frac{b}{2}(1-i) + i(b - \frac{c}{2}(1+i))$ d'où $z_K = \frac{1+i}{2}(b - ic)$

b) on a : $z_I \neq b$ donc $\frac{z_K - z_J}{b - z_I} = \frac{ib - \frac{ic}{2}(1+i)}{b - \frac{c}{2}(1+i)} = \frac{i(b - \frac{c}{2}(1+i))}{b - \frac{c}{2}(1+i)} = i = \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

donc $\begin{cases} \left|\frac{z_K - z_J}{b - z_I}\right| = 1 \\ \arg\left(\frac{z_K - z_J}{b - z_I}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z_K - z_J| = |b - z_I| \\ \arg\left(\frac{z_K - z_J}{b - z_I}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases}$

$\Leftrightarrow IB = JK$ et $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{JK}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ d'où $IB = JK$ et $(IB) \perp (JK)$